

FÁCIL ESTIMACIÓN DE LA NO-LINEALIDAD INTEGRAL DE UN CONVERTIDOR A/D USANDO TÉCNICAS ESPECTRALES

E. J. Peralías, M. A. Jalón

Instituto de Microelectrónica de Sevilla (IMSE)
Centro Nacional de Microelectrónica (CNM-CSIC), Spain

{peralias, jalon}@imse.cnm.es

ABSTRACT

En este trabajo se proponen algunas formas muy simples para estimar las características de no-linealidad de convertidores A/D. Están basadas en un modelo matemático continuo y derivable de la transferencia del convertidor. Se muestra la aplicación del método usando la evaluación espectral de la respuesta a una excitación sinusoidal en dos tipos distintos de convertidor, uno con una no-linealidad suave y otro con un patrón muy discontinuo.

1. INTRODUCCION

Los parámetros que caracterizan a la función de transferencia de un ADC, como la No-Linealidad Integral (INL), son algunas de las especificaciones más importantes a conocer cuando se diseña o se quiere asegurar el funcionamiento del ADC para una determinada aplicación. Uno de los métodos estandarizados para estimar dichos parámetros es el del Histograma [1]. Su principal desventaja es el coste tan excesivo que representa su aplicación, sobre todo por la gran cantidad de muestras que deben ser adquiridas (superior al millón de muestras) y que, de modo general, se incrementa exponencialmente con el número de bits del ADC. También la exigente sincronización entre la adquisición y la señal de excitación se convierte en un hito difícil de aplicar. Por el contrario, este método puede alcanzar una alta precisión en la medida, independientemente de la forma de la característica de transferencia. El *tiempo* es el precio a pagar por la garantía de precisión.

Estas desventajas hacen al método del Histograma inviable para convertidores de baja velocidad y alta resolución (>15 bits). En este tipo de convertidores el uso de métodos basados en el procesamiento espectral puede ser más que satisfactorio con tan sólo la adquisición de unas decenas de miles de muestras independientemente de la resolución del ADC [2]-[4]. Aunque una estimación así realizada produce una descripción parcial del comportamiento estático del ADC y, por ejemplo, no puede ser usada con garantías para realizar una calibración de la no-linealidad, tal descripción puede ser suficiente para manifestar un mal funcionamiento y muy

válida para un protocolo de test [4].

Este artículo introduce un nuevo método para la estimación de la no-linealidad usando la aproximación de procesamiento espectral¹. En la Sec. 2 introduciremos el método y en la Sec. 3 lo adaptaremos para la estimación espectral. En la Sec. 4 se exponen varios ejemplos de aplicación y en la Sec. 5 se esbozan las conclusiones.

2. MODELADO DE LA NO-LINEALIDAD

El modelo básico de ADC que consideramos supone: 1) que la transferencia se puede describir mediante una función suave $Z(x)$, continua y derivable con la entrada, 2) con crecimiento estricto y por tanto, con derivada nunca nula. La descripción continua de la transferencia debe ser entendida también en el sentido de que la resolución del convertidor es lo suficientemente alta como para que el efecto de la cuantización se pueda considerar diluido en otras contribuciones de ruido. Matemáticamente el modelo propuesto es

$$z = Z(x) + \varepsilon(x), \quad \exists \partial_x Z \neq 0, \quad \forall x \in [-R, R] \quad (1)$$

siendo la función error $\varepsilon(x)$ del orden del error de cuantización. Sin pérdida de generalidad en lo que sigue el rango de entrada se considera bipolar centrado en cero, $[-R, R]$.

En las condiciones anteriores vamos a efectuar un desarrollo de Taylor de primer orden de la función de transferencia en torno a cada transición ideal, l_k . Este conjunto de puntos es $l_k = q \cdot k$, $k \in [-2^{N-1}, 2^{N-1} - 1]$ siendo $q = 2R/2^N$ el LSB del ADC, y N su resolución en bits. El desarrollo es

$$Z(x) \approx Z(l_k) + \partial_x Z(l_k) \cdot (x - l_k), \quad \forall x \approx l_k \quad (2)$$

Evaluando dicha expresión en la transición real correspondiente, $x = t_k$, resulta

$$k \approx Z(l_k) + \partial_x Z(l_k) \cdot qINL_k \quad (3)$$

donde se ha usado que $k \approx Z(t_k)$ y la definición estándar de No-Linealidad Integral [1], $INL_k = (t_k - l_k)/q$.

De (3) obtenemos la siguiente expresión para la INL

¹ Este trabajo ha sido parcialmente sostenido por el proyecto español: TEC2004-02949 y el proyecto autónomo andaluz: EXC/2005/TIC-927.

$$INL_k \approx \frac{k - Z(l_k)}{q \partial_x Z(l_k)} \quad (4)$$

Obsérvese que esta expresión es calculable si se cuenta con una expresión derivable de la transferencia.

Una expresión alternativa se puede conseguir usando el desarrollo de Taylor de orden 2 cuando exista la derivada segunda de la transferencia. En cualquier caso, en este trabajo tan sólo usaremos la expresión (4) ya que supondremos que la no-linealidad del ADC es muy pequeña (menos de un centenar de LSBs).

3. APLICACIÓN DEL MODELO POR ESTIMACIÓN ESPECTRAL

Mostraremos en esta sección cómo aplicar la expresión (4) en el caso de que realicemos una medida espectral de la respuesta del ADC a una entrada sinusoidal. Supongamos que la excitación es

$$x(t) = A \cos(\omega_x t + \varphi_x) + B \quad (5)$$

cubriendo todo el rango de entrada pero sin llegar a saturar al ADC ($A \approx R$, $B \approx 0$). La frecuencia de entrada ω_x es lo suficientemente baja como para no hacer aparecer efectos dinámicos relevantes. El desfase φ_x y el offset B no necesitan ser conocidos a priori. La amplitud A debe ser conocida sólo en el caso de que el ADC tenga una ganancia g muy distinta de la unidad.

Para tal entrada la respuesta del ADC va a ser una superposición de armónicos de la frecuencia de excitación,

$$Z(x(t)) = C_0 + \sum_{n \geq 1} C_n \cos(\omega_n t + \varphi_n), \quad \omega_n = n\omega_1 \quad (6)$$

donde identificaremos la frecuencia ω_x y el offset φ_x de la excitación con la frecuencia ω_1 y offset φ_1 del armónico principal. Despreciando, en primera aproximación, las componentes de los armónicos superiores ($n > 1$), también podemos relacionar la amplitud de la entrada con la del primer armónico a través de la ganancia g del ADC. Con un modelo puramente lineal $Z(x) \approx (g \cdot x) / q + z_{os}$, siendo g la ganancia y z_{os} el offset del ADC [1], podemos poner

$$\begin{cases} C_1 \approx g \cdot A / q, & C_0 = (g \cdot B) / q + z_{os} \\ \omega_1 = \omega_x, & \varphi_1 = \varphi_x \end{cases} \quad (7)$$

La derivada de la función de transferencia que aparece en (4) puede obtenerse ahora de forma indirecta,

$$\begin{aligned} \partial_x Z &= \frac{\partial_x Z(x(t))}{\partial_x x(t)} = \frac{\sum_{n \geq 1} \omega_n C_n \sin(\omega_n t + \varphi_n)}{\omega_x A \sin(\omega_x t + \varphi_x)} \\ &\approx \frac{g}{q} \left[1 + \sum_{n \geq 2} \frac{C_n}{C_1} \frac{n \sin(n\omega_1 t + \varphi_n)}{\sin(\omega_1 t + \varphi_1)} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

en la se han aplicado las relaciones de (7).

Ahora obtendremos los valores de (6) y (8) en las transiciones ideales.

Si τ_k son los instantes de tiempo en que la señal de entrada cruza las transiciones ideales del ADC, tenemos

$$l_k = A \cos(\omega_x \tau_k + \varphi_x) + B \quad (9)$$

donde aplicando las relaciones (7),

$$\delta_k = \omega_1 \tau_k \approx -\varphi_1 + \arccos\left(\frac{g \cdot k + z_{os} - C_0}{C_1}\right) \quad (10)$$

se obtienen los desfases que usaremos en (6) y (8) respectivamente para obtener $Z(l_k)$ y $\partial_x Z(l_k)$. Finalmente la expresión (4) para la INL queda

$$INL_k \approx \frac{k - \left(C_0 + \sum_{n \geq 1} C_n \cos(n\delta_k + \varphi_n) \right)}{g \cdot \left[1 + \sum_{n \geq 2} \frac{C_n}{C_1} \frac{n \sin(n\delta_k + \varphi_n)}{\sin(\delta_k + \varphi_1)} \right]} \quad (11)$$

En las relaciones (10) y (11) sólo aparecen como cantidades a valorar: las amplitudes de los armónicos, los desfases y la ganancia del ADC. Todos ellos se pueden estimar a partir de la medida espectral de la salida. Por lo general, el valor de z_{os} en (10) lo consideraremos nulo, lo cual es equivalente a considerar que el offset de la entrada lo contrarresta.

4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En esta sección mostraremos los resultados obtenidos por simulación para dos modelos de convertidor A/D muy diferentes. En el primero, ADC₁, la transferencia es muy regular y la forma de la INL es suave. En el segundo, ADC₂, la transferencia es no monótona y con fuertes discontinuidades en la INL.

4.1. ADC₁: Aplicación con barrido en DC

Antes de proceder a verificar (11) mostraremos la aproximación inmediata de (4). Para ello excitaremos al ADC₁ con una señal DC cuyo valor variaremos a lo largo del rango de entrada. Por cada valor \bar{x}_i de la entrada obtendremos un registro de salida y calcularemos el código promedio correspondiente \bar{z}_i . Con el conjunto $\{(\bar{x}_i, \bar{z}_i)\}$ construiremos el modelo polinómico de orden M , $Z_M(x)$, de mejor ajuste, el cual ya permitirá aplicar directamente (4).

ADC₁ es un convertidor de 14bits de resolución, con referencias 0.0 y 5.0Volts pero con rango de entrada útil en [0.5, 4.5]Volts. La frecuencia de muestreo es de $f_s = 100$ kHz. El ruido conjunto de la entrada y el ADC, referidos a la entrada es aproximadamente 2LSBs. Se ha efectuado un barrido en el rango [0.7, 4.3]Volts de unos 4000 valores DC. Por cada uno de ellos se ha tomado un registro de 50 puntos y el rango de códigos que se ha experimentado es $I_k = [-5792, 5801]$. Con el conjunto de datos obtenemos el polinomio de orden $M=32$ de mejor ajuste usando la base de 1ª clase de Chebyshev. La elección del orden se ha deducido del experimento que se describirá en la Sec. 4.2. Para cada valor k en I_k se han evaluado $Z_M(l_k)$, $\partial_x Z_M(l_k)$ y INL_k , en (4).

Por otra parte, a dicho modelo se ha aplicado el método estándar del Histograma sinusoidal [1] para determinar una buena estimación de la INL con la cual poder establecer una referencia. Los resultados obtenidos se han representado en la Fig. 1.

En la Fig. 1a se encuentran ambas estimaciones superpuestas. En línea gruesa la obtenida por (4). Para mostrar el grado de confianza conseguido, en la Fig. 1b se ha representado la diferencia entre las dos curvas, la cual está afectada de $\frac{1}{2}$ LSB sistemático. Esto se debe a que por comodidad hemos desarrollado (2) y (3) en relación a las transiciones y no a los centros de código. Esto en realidad no es muy importante puesto que para la expresión (11), en general, no usaremos el valor del offset del ADC y deberemos por tanto corregir la estimación eliminando su valor medio. En cualquier caso podemos observar la alta precisión alcanzada. Esto es justificable porque la curva de INL de este ADC tiene un comportamiento bastante suave.

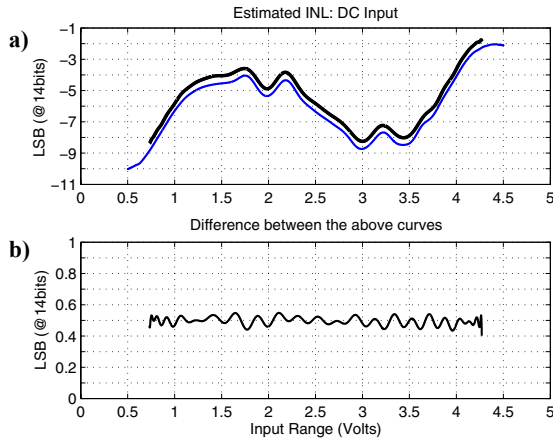


Fig. 1. a) Estimaciones de la INL del ADC₁ ejemplo. En línea gruesa la obtenida usando (4), en línea fina la evaluada con el método del Histograma b) Diferencia entre las dos estimaciones.

4.2. ADC₁: Aplicación con excitación sinusoidal

Para el mismo convertidor ADC₁ se ha simulado un conjunto de 35 experimentos que utilizan entrada sinusoidal y calculan la INL mediante (11). Para estimar los parámetros a partir del espectro se ha usado el procedimiento expuesto en [5]. La entrada utilizada tiene una amplitud aproximada a -3dBFS, un offset en el rango de 100LSBs y una frecuencia próxima a $f_s/83$. La fase se ha distribuido uniformemente entre todos los experimentos en el rango $[-\pi, \pi]$. El ruido equivalente a la entrada es aproximadamente de 1LSB. En cada experimento se ha tomado un registro $\{z_j\}$ de 66036 muestras consecutivas de la salida, de las cuales las primeras 500 han sido descartadas para eliminar los errores de establecimiento. Por cada 8192 muestras no solapadas del registro válido se calcula una FFT, $\{u_r^{(m)}\} = FFT\{w_r z_i^{(m)}\}$, usando una de las ventanas de convolución $\{w_r\}$ cosenoidal de 4 términos que se aconseja en [5]. Con los 8 espectros resultantes se

obtiene el espectro de amplitudes promediado del registro completo,

$$\{\|c_h\|\} = \left\{ \sqrt{\text{mean}_m \left\{ \|u_h^{(m)}\|^2 \right\}} \right\} \quad (12)$$

Como el fondo de ruido aparece alrededor de -114dBFS, se seleccionan todas las líneas espectrales que tengan amplitud superior a -104dBFS. Aunque el procedimiento [5] estima todas las amplitudes $\{C_n\}$, fases $\{\varphi_n\}$ y frecuencias $\{\omega_n\}$ de cada línea espectral, sólo se escogen aquellas cuya frecuencia estimada no se separe de un múltiplo de la frecuencia fundamental f_1 en más de 2.25 veces la resolución espectral de frecuencia $\Delta f = f_s/8192$. Esta aproximación permite discriminar con precisión entre otras líneas espectrales espúreas a los verdaderos armónicos de la señal, aunque estos sean de elevada frecuencia. La selección típica detecta unos 17 armónicos con órdenes hasta el 29°. Un espectro típico es el que se muestra en la Fig. 2.

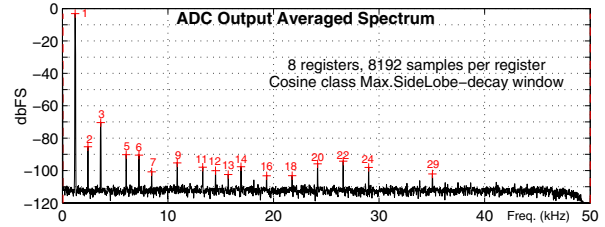


Fig. 2. Espectro de amplitudes promediado típico obtenido para la salida del ADC₁ usado para la selección de líneas espectrales que se tomarán como armónicos.

La componente de DC se evalúa mediante la media pesada de las muestras con función peso la ventana de convolución,

$$C_0 = \text{mean}_m \left\{ \frac{\sum_i w_i z_i^{(m)}}{\sum_i w_i} \right\} \quad (13)$$

El valor de la ganancia se ha estimado usando la relación de potencias AC entre la señal de entrada y de salida $g = q \cdot \text{rms}\{z_j\} / \text{rms}\{x_j\}$.

El resultado obtenido en uno de los experimentos se muestra en las Fig. 3a y b. Como se puede apreciar la aproximación sigue siendo bastante buena. Ambas curvas de INL han sido representadas corregidas de offset, puesto que el offset del ADC₁ se ha supuesto nulo $z_{os} = 0$. Para observar la robustez de la estimación según (11), en la Fig. 3c se muestran las diferencias entre la INL de cada experimento y la del Histograma.

4.3. ADC₂: Aplicación con excitación sinusoidal

El ADC₂ es un convertidor de 16bits de resolución, con referencias -2.0 y 2.0Volts. La frecuencia de muestreo es de $f_s=1.0$ MHz. El ruido conjunto de la entrada y el ADC, referidos a la entrada es aproximadamente de 1LSB. La entrada utilizada tiene una amplitud aproximada a -0.2dBFS, un offset en el rango de 10LSBs y una frecuencia próxima a $f_s/223$.

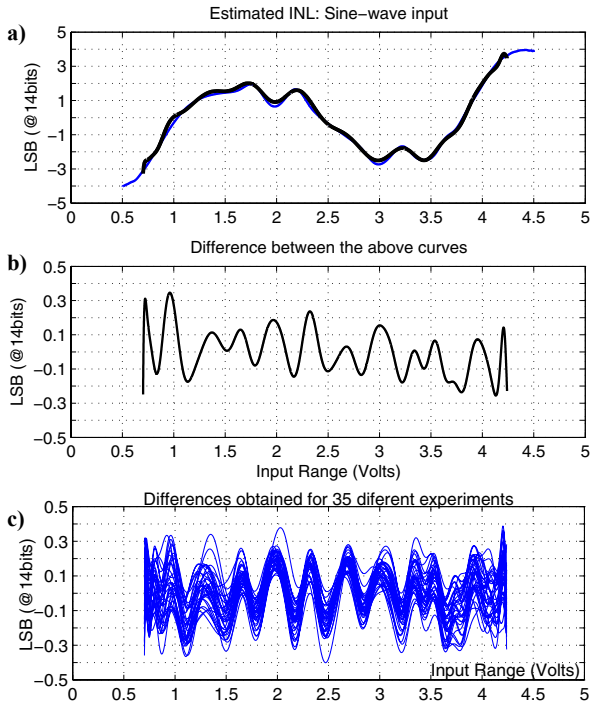


Fig. 3. a) En línea gruesa: Estimación espectral de la INL del ADC₁ usando (11), b) Diferencia con la del Histograma. c) Diferencias para todos los experimentos con ADC₁

La fase se aleatoriza uniformemente en $[-\pi, \pi]$. Para estos experimentos se toman 8 registros consecutivos de 32768 muestras cada uno. En este ejemplo el fondo de ruido aparece alrededor de -130dBFS así que se seleccionan todas las líneas espectrales que sean armónicas y tengan amplitud superior a -120dBFS .

La estructura tan irregular y discontinua de la INL de este ADC hace que la selección típica detecte hasta unos 165 armónicos con órdenes hasta el 680° . La ganancia ha sido evaluada como en el experimento de la Sec. 4.2. En la Fig. 5 se muestran los resultados típicos obtenidos. La estimación de (11) sigue adecuadamente a la que se toma como referencia que ha sido evaluada con el método del Histograma. La diferencia entre ambas estimaciones ha sido reflejada en la Fig. 5b.

Aunque la ganancia g no se evalúe, se puede extraer el patrón de no-linealidad intrínseca del ADC, es decir, el que está corregido de ganancia y offset. En la Fig. 5a se han mostrado los resultados que se obtienen para el ADC₂ al hacer $g=1$ en (10). Aunque la diferencia es notable, conseguimos una excelente coincidencia en la Fig. 5b al eliminar de ambas curvas los efectos de ganancia y offset. Para ello se han restado de dichas curvas sus rectas respectivas de mejor ajuste.

5. CONCLUSIONES

Se ha introducido un método de estimación de la INL de un ADC basado en un modelo continuo y se ha probado su eficiencia, en relación a las estimaciones por el método del Histograma, usando un procedimiento de estimación espectral.

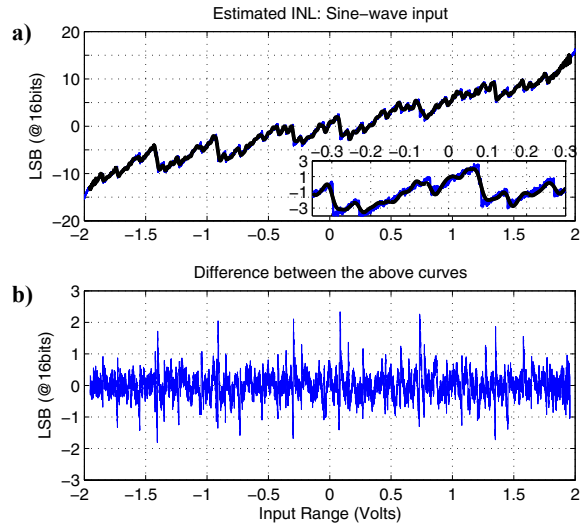


Fig. 4. a) En línea gruesa: Estimación de la INL para el ADC₂ usando el método espectral y (11). b) Diferencia con la estimada por el método del Histograma.

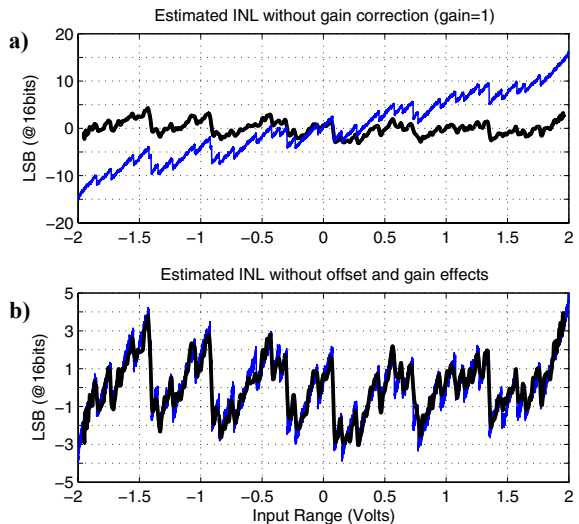


Fig. 5 a) En línea gruesa: Estimación de la INL para el ADC₂ usando el método espectral y (11) habiéndose considerado la ganancia igual a la unidad. b) Comparación de las estimaciones después de haber corregido en cada una los efectos de ganancia y offset.

6. REFERENCIAS

- [1] IEEE Standard 1241-2000 for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters, Dec. 2000.
- [2] F. Attivissimo, N. Giaquinto, I. Kale; "INL reconstruction of A/D converters via parametric spectral estimation"; *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 53, Issue 4, Aug. 2004, pp. 940-946.
- [3] F. Adamo, F. Attivissimo, N. Giaquinto, M. Savino; "Measuring the static characteristic of dithered A/D converters"; *Measurement* 32 (2002) Elsevier, pp.231-239.
- [4] A. C. Serra, M. F. Silva, P. M. Ramos, R. C. Martins, L. Michaeli, and J. Šaliga; "Combined Spectral and Histogram Analysis for Fast ADC Testing"; *IEEE Trans. Instrument. and Measurement*, Vol. 54, No. 4, August 2005, pp. 1617-1623.
- [5] Zhu L., Ding H., Ding K.; "Phase regression approach for estimating the parameters of a noisy multifrequency signal"; *IEE Proc. Vis. Image Signal Process.* Vol 151, No. 5, October 2004, pp. 411-420.